

EUKLIDÉSZ ÉS BOLYAI PÁRHUZAMOSAI:
A GÖRÖG ÉS A MODERN TRAGIKUM SZIMBÓLUMAI

TARTALOM:

I. Az egyéniség forradalma a pythagoreus hagyományon belül

1. Euklidész és Bolyaiék közös alapfeltevése: a végtelenített egyenes, valamint az irány közömbösítése.
2. A végtelenített egyenes a folytonos centrumfeladás képe.
3. A geometria a végtelenített egyenest tekinti alapfogalomnak, az irány fogalmát az egyenesből vezeti le. Descartes origó-gondolata mint fordulat.
4. Az euklideszi szemlélet magja: a derékszög transzparenciája. Mondrian: a derékszögben a ferdeszög minden önkényétől és tragikumától megtisztult teremtő szellem nyugalma ölt alakot.
5. Bolyaiék forradalma: a ferdeszögben kifejeződő egyéniség is az örök forma funkciója. A schmitti mérték a mértéke.
6. Az euklideszi párhuzamos egyenespár annak szemléletes képe, ahogyan a teljes, metaaxiomatikus jelentés (a „fenti” egyenes) és a szűkített normál-tudományos jelentés (a „lenti” egyenes) viszonya a pythagoreizmusban élt.
7. A tudományos korszak felvállalja a pythagoreizmust és Euklidész párhuzamosait, de ezen belül megnövekszik a „lenti” egyenes és az általa képviselt egyéniség és normál tudomány súlya. Bolyaiék axiomatikus egzaktussággal fogalmazzák meg az arányeltolódást, s ezzel elemezhetővé teszik azt.
8. A paradigmaváltás során feltörő és felerősödő teoretikus kérdések és a paradigmaváltás tehetetlenségi törvénye. Metaaxiomatikus alapkövetelmény: mindig a nagyobb a mérték, azt is még nagyobbon mérni, egészen a legnagyobb elgondolhatóig. Következetes érvényesítése adhat csak pozitív értelmet az újkori fordulatnak. A szó teljes értelmében vett matematika ennek a végtelen fokozásnak a matematikája.
9. A pythagoreus négyzet–téglalap ellentétpár Plátóni elemzése: a mérték születése.

II. Euklidész és Bolyai: összevetés

10. Amit az euklideszi sík távol tartott magától, azt Descartes a középpontjába helyezi: az origó-pont magát az osztatlan-osztó, mérő és összehasonlító, tehát a szó teljes értelmében matematizáló szubjektivitást fejezi ki. Bolyaiék a descartes-i fordulatot gondolják tovább a párhuzamossági axióma vonatkozásában.
11. A vallás – és a mítosz is – magában foglalja a centrumot, és tömör körként veszi körül. A logosz felbontja a mítosz tömörségét és úgy lép be a centrum vonzásterébe; a centrumba mutató irány. A mítoszból kilépés a végtelen távolba tolja a centrumot; a (kifele) végtelenített egyenes.
12. Az euklideszi párhuzamosoknak sem a jelenben, sem a múltban, sem a jövőben nincs közös pontjuk, de közös a végtelen távolba kitolt centrumuk.
13. A *purusa* és a *prakriti* mozgása.
14. Az euklideszi sík az ananké síkja, de létezik rajta a síkformák hasonlósága.
15. Bolyaiéknál az euklideszi sík „visszajáról látszik”. Egyenes-elemzésük láthatóvá teszi az egyenesben rejlő széttartó erőket. A pont mint töréspont a végtelen távolnak gondolt kezdő- és végpont között.
16. A pont súlya megnő, erősebb ellenállást fejt ki az euklideszi vertikális–horizontális tagozódás egyértelműségével szemben.
17. Előtérbe kerül a feszülő tragikum, a feloldatlan ellentétek világa. A formák nehezebben születnek és

végérvényesebbek és individuálisabbak, nem kicsinyíthetők, és nem nagyíthatók. Bolyai, Bartók, Vajda Lajos. Ady.

[18.](#) A hiperbolikus geometriával az egyetemes és teljes pythagoreizmus, a „fenti”, és a szűkített célú „lenti” közötti harc az utóbbi keretei között is kiéleződik.

[19.](#) A pont térkisugárzó képességének és a „végtelen távoli” erőszának erősödése Bolyaiéknál.

[20.](#) A mítosz nyugalmát ellentétes előjelű nyugtalanságokra bontó ellentét-tudatos egyéniségben születik a logosz ereje.

[21.](#) Minden létformával annyira azonosítjuk magunkat, amennyire megragadja a logosz konkrét létezésének, az időfölötti centrum folytonos időbeli jelenlétének ősellentmondását, és minden ellentmondást erre vezet vissza.

I. rész

1.

Mind Euklidész, mind Bolyaiék párhuzamossági axiómája¹ azon a mindkét rendszerben levezethető – Bolyai kifejezésével „abszolút” – tételen alapszik, mely szerint adott egyenesen kívüli pontból mindig húzható az egyenest *nem-metsző* másik egyenes.

Ha a két geometriában megfogalmazott világgépet össze akarjuk vetni, először azt kell megértenünk, mit is állít ez a tétel. A nem-metsző egyenesek létezésének bizonyításához a geometriának *közömbösítenie kell az irányproblémát*, és *végtelenítenie* kell az egyenesvonalú mozgás tehetetlenségét.

2.

A végtelen, pontosabban: a korlátlanul meghosszabbítható egyenes egy „negatív mozdulatot” végtelenít: azt a mozdulatot, amellyel a centrumot, mely egyszerre kiinduló- és végpont, kiengedjük szemléletünk teréből, úgyhogy jelentése elhalványul, és többé nem tudunk vele azonosulni.

A végtelenített egyenes a folytonos centrumfeladás képe.

3.

Mindenféle geometriai szemlélet a végtelenített egyenes létezésének magától értetődőségéből és *alapfogalom*-jellegéből indul ki, s ebből vezeti le a maga irányfogalmát.² Nem tudunk olyan geometriai szemléletről, amely az extenzív egyenes helyett az irányt, ezt az intenzitás, a koncentráció felé mutató formát tekintené alapfogalomnak.

Ezzel szemben a geometria descartes-i *aritmetizálásának* éppen az az ereje, hogy a geometriai szemlélet középpontjába teszi az *alapirányokat*: a vertikális és a horizontális tengelyt, valamint az origót, tehát azt a kezdőpontot, ahol a *cogito* biztos kiindulópontként tör be a *sum* világába, és világítja meg a *sum* struktúráját: vagyis azt, hogy ez a *sum* maga az időfölötti vertikálisának és az időbeliség horizontálisának metszéspontjában áll.³

A mítosz alapirányainak, fentnek és lentnek, előlnek és hátulnak abszolút jelentését megingató, illetve relativizáló kopernikuszi fordulattal ellentétes fordulatként a descartes-i matematikában megjelenik a *kitüntetett pont*, a *kitüntetett irány* és harmadikként a *kitüntetett síkalakzat*, a kúpszeletek (kör, ellipszis, parabola, hiperbola, egyenespár) közös ősképe: az *egységkör*.⁴ Descartes egyik legszebb gondolata ez az origó-szerkezet, amellyel az intenzitás (a *cogito*) megvilágítja az extenzitás világát. Descartes individualizmusa és ősfurma-érzékenysége találkozik e gondolatban.

Az extenzív egyenes (s nem az intenzitást képviselő irány) a magától értetődő alapfogalom tehát mind az euklideszi, mind a hiperbolikus geometriában⁵ – nem csoda hát, ha formálisan egyenértékűnek, azaz

1 Az euklideszi párhuzamossági axióma – Ptolemaiosz nevezetes átfogalmazásában – azt mondja ki, hogy a sík bármely egyeneséhez külső pontból csak *egy* öt nem metsző egyenes húzható, s ezt nevezik párhuzamosnak. A Bolyai–Lobacsevszkij-féle axióma épp ellenkezőleg azt mondja ki, hogy külső pontból mindig *több*, az egyenest nem metsző egyenes húzható, s ezek közül mindkét oldalon az elsőt nevezik párhuzamosnak.

2 Ez igaz a geometriának azokra az axiomatikus felépítéseire is, amelyeknél az egyenes nem szerepel explicit alapfogalomként.

3 A koordinátrendszer nem Descartes találmánya, de világnézeti jelentőséget csak az ő filozófiai rendszerében kapott.

4 Kúpszeletnek azokat a síkalakzatokat nevezik, amelyek egy kúpnak (egyenes körkúpnak) és egy síknak a metszévonalaként jönnek létre. Vagy másképp fogalmazva: kúpszeletet úgy kapunk, hogy egy kört egy síkján kívüli pontból egy másik síkra vetítünk. Ilyen vetítéssel kört, ellipszist, parabolát, hiperbolát vagy egyenes(párt) kaphatunk, amint ezt egy lámpa síkra vetett árnyékán szemléltethetjük is.

5 A Bolyai, Gauss és Lobacsevszkij által kezdeményezett, az euklideszi párhuzamossági axióma tagadására épített geometriát szakmai okokból röviden hiperbolikus geometriának szokás nevezni.

relatív ellentmondásmentesnek bizonyultak.⁶ Bármelyiken belül megjeleníthető – modellezhető – a másik, a *formális* ellentmondásmentesség szempontjából problémáik maradéktalanul leképezhetők egymásra. De *szemléletesség* szempontjából már nem ez a helyzet: az euklideszi geometriában a hiperbolikusnak nincs természetes, szemléletes modellje, viszont a hiperbolikus geometriában az euklideszinek van, sőt központi szerepet játszik. Mégis – vagy talán épp ezért – kevés kivételtől eltekintve a matematikusok szemléletének az euklideszi geometria az „alapja”, s talán még azok is kevesen vannak, akik számára a hiperbolikus geometria az euklideszivel egyenértékű szemléleti tény.⁷

Mintha éppen az *irány* problematikussá válása (az egyenes „meggörbülése”) miatt irritálnák szemléletünket a hiperbolikus geometria tételei és alakzatai. (Ha ezeket az euklideszinek feltételezett síkon próbáljuk ábrázolni, az egyenest többnyire kénytelenek vagyunk görbével szemléltetni, amint az például a [5. ábránkon](#) is történik.) Kérdés marad természetesen, hogy kötelező-e megállnunk az iránynak annál a fogalmánál, amelyet az euklideszi sík sugall. Vajon nincs-e közvetlenebb, gazdagabb dinamikájú és intenzívebb irányképünk, amely alapján a hiperbolikus sík „görbült” egyenseiben is egy dinamikusabb irányfogalom kialakítása felé tett lépést láthatunk?

Egy iránycentrikus szemléleti forma kidolgozása parancsoló szükség ma a matematikában, ha a matematika vissza akarja nyerni spirituális erejét és szabadságát.

Az aktuális tendencia ennek éppen az ellenkezője: az irány matematikai jelentése a geometria útódaiban – itt elsősorban a topológiára gondolunk – egyre amorfabbá válik.

4.

A matematikusok többségének formális gondolkodása és szemlélete nem egyformán értékeli a két geometriát: a formális ellentmondásmentesség szempontjából egyenértékűnek tartja a kettőt, de szemléletesség szempontjából mégis prioritást ad az euklideszinek, ezt érzi „a” geometriai szemléletnek.

Ezt a prioritást erősíti az is, hogy a geometria legtöbb modern ága, így az analitikus, sőt lényegében még a projektív geometria⁸ is csak „meghosszabbítása”, általánosítása az euklideszinek, egyedül a hiperbolikus geometria áll a maga szintjén szöges ellentétben vele.

Az euklideszi geometria a szemléletesség és a formális diszkurzív gondolat, vagy másképp: kép és logosz, kép és értelmezés görög egyensúlyát képviseli. Ezen az egyensúlyon belül van egy réteg: a transzparens alalakzatok (egyenes, derékszög és négyzet) magától értetődő jelenléte, amely ösképnek és értelmezésnek a mítosz magjában élő eredeti megbontatlan egységét sugározza. A matematikus szemlélete – ha kimondatlanul s csak kevéssé tudatosan is – ehhez a megbontatlan mítoszmaghoz ragaszkodik. Mert nem szemlélet az, amelynek magjában nem kép és értelmezés tiszta egysége áll.

Az euklideszi szemlélet alalakzatainak transzparenciáját a modern festészetben Mondrian képviseli

6 Azaz bármelyik formális ellentmondásmentességéből következik a másik formális ellentmondásmentessége.

7 Rögzítsünk egy P pontot egy S síkon, és tekintsük az összes olyan gömböt, amely a síkot a P pontban érinti a sík egyik oldalán. Az euklideszi térben ezek a gömbök az egész félféret kitöltik, ezért az euklideszi térben a síkot tekinthetjük a végtelen sugarú gömbnek. Az a határfelület viszont, amelyet ezek a gömbök a hiperbolikus térben kirajzolnak, elhajlik a síktól, és marad egy térrész, amelyet a gömbök nem fednek le. Itt ezt a határfelületet nevezhetjük végtelen sugarú gömbnek. Ez olyan felület, amely elhajlik a síktól, de mindenütt nulla a görbülete. Másrészt egy jól meghatározott értelemben az euklideszi geometria érvényes rajta, s ez az euklideszi geometria szemléletes modellje a hiperbolikus térben. A gömbökön az ún. gömbi geometria érvényes (ami szoros összefüggésben van a projektív geometriával), ahol a háromszög szögeinek összege nagyobb, mint 180° . A gömbök határfelületén, a végtelen sugarú gömbön az euklideszi geometria érvényes, itt a háromszög szögeinek összege 180° . A „mögötte levő” térrész ún. hiperszféráin és a síkon pedig a hiperbolikus geometria érvényes, ahol a háromszög szögeinek összege kisebb 180° -nál. Ez utóbbi térrész hiányzik az euklideszi térből.

8 Ha az euklideszi síkon minden egyeneshez „hozzáveszünk” egy „végtelen távoli” (más néven „ideális”) pontot úgy, hogy párhuzamos egyenesekhez ugyanazt az ideális pontot vesszük hozzá, az ideális pontok összességét pedig egy „végtelen távoli” (vagy „ideális”) egyenesnek tekintjük, akkor egy olyan új geometriához jutunk, amelyben bármely két egyenes metszi egymást, mégpedig pontosan egy pontban. Az eddigi metsző egyenesek egy „normális” pontban, a párhuzamos egyenesek egy „végtelen távoli” pontban és egy „normális” egyenes a „végtelen távoli” egyenest egy „végtelen távoli” pontban. Az így kapott geometria *projektív geometria*.

igazi súlya szerint. Ő a ferde-(hegyes- és tompa)szögben a tragikusát, az egyéniben elmerülő, önkényes, érzelmeinek kiszolgáltatott létforma kifejezését látja. Ezzel állítja szembe a kontemplációt, a megformált látást, amely a változatlan, az egyetemes felé fordul. „Nem beszél-e önmagáért, hogy az egyenes a legtökéletesebb és legmélyebb bennünk és a világban? ... Csak az kerüli el a tragikus érzelmet, aki – éppen a tisztán megformált látás belső fejlődése révén – megtanulta az individuálison túl az egyetemes feldolgozását. ... Amikor az esztétikailag teremtő ember válik bensőségessé, magától értetődően érzi annak a szükségességét, hogy kifelé is megnyilvánuljon új, belső identitása értelmében.”⁹ Az egyéni-önkéntes-érzelmi szféra fölé emelkedő, „tisztán megformált” teremtő látás alapképletének a minden tragikumtól megtisztult derékszöveget tekintti, amely legyőzi a ferdeszögben uralkodó horizontális vonal deformáló hatását; átfogja a horizontot, de egyszersmind egyértelműen felfelé mutat.

Az euklideszi párhuzamossági axióma éppen azt mondja ki, hogy az egyenesben (minden egyenesben) benne feszül a derékszög, s e derékszög olyan kereszt-struktúrát sugároz ki magából, amely az egész síkot töretlenül bevilágítja.

5.

Az euklideszi szemlélet tehát egyrészt a képek, közelebből az *alapalakzatok* (egyenes, derékszög) *egyértelmű*, töretlenül transzparens *jelentésén* alapszik, azt mondja ki, másrészt az *értelmezésben* mégis megjelenik már egy törés „egyetemes”, azaz ősfoma és egyéniség között. Az ősfoma tiszta struktúráját e szemlélet csak úgy éri el, hogy az egyén és az érzelm konkrét szférájától distanciát tart.

A Bolyai-axióma azt hirdeti: az egyéniség nem elégedhet meg ezzel a distanciával. Olyan egyértelműséget fogadhat csak el, amelybe a többértelműség pozitívumai is bele vannak foglalva. A ferdeszög ugyanolyan örök alapforma, mint a derékszög, az egyéniség ugyanúgy az örök forma funkciója, mint az egyetemesség. (Az egyéniséget ez az axióma is tragikusan értelmezi tehát, amennyiben az egyéniség egyetemességét nem mondja ki.) Bolyaiék egyenesé végső elemzésben ettől tűnik görbének, ha az euklideszi egyenest vesszük viszonyítási alapnak, a benne feszülő derékszögstruktúra ettől bonyolultabb: bele van komponálva a ferdeszög, az egyéniség is, az egyértelműségbe a többértelműség is. S e fordulatnak (s a fordulatot kifejező „görbülő” egyenesnek) is van *belső* mértéke, amelyet Schmitt nyomán így fogalmazhatunk meg: a hiperbolikus szemlélet igazságát azon mérhetjük, hogy képes-e radikálisan az örök forma, a szellem belső funkciójaként látni-láttatni az egyéniséget, vagy a középkor és újkor közös betegségét örökölve az egyéniséget ez a szemlélet is *véges* – bár fontosságában megnövekedett – *dolognak* tekinti.

Bolyaiék egyéncentrikus lépése közvetlenül szemléletromboló lépés: a geometriában, a matematika *legszemléletesebb* ágában manifesztálja, hogy a legegyszerűbb szemléleti tények, így a négyzet, a téglalap, az egyenes, a párhuzamosság magától értetődősége megszűnt, jelentése kérdésessé vált.¹⁰ A geometria alapvető mítoszát, az euklideszi szemlélet magától értetődőségét kérdőjelezi meg. Az új párhuzamossági axióma azt állítja, hogy az a kép és értelmezés közötti egység, amely a geometriai mítosz magjában áll, nem töretlen, csak relatív az. És azt állítja, hogy az a megerősödött szubjektivitást jelző szemlélet, amelyet ki-mondói képviselnek, nem alapozható erre a megtört, relatív egységre.

A kérdés tehát az, hogy Bolyaiék szemléletrombolása valóban egy erősebb és intenzívebb szemlélet nevében történt-e. (Bolyai nyilvánvalóan a most elemzett relativitást leküzdő letisztult, megújuló szemlélet szerepét szánta abszolút geometriájának.) Ha ugyanis megállunk annál a „relatív ellentmondásmentesség” által sugallt kettős igazságnál, hogy más a magától értetődő a szemlélet és más a – magasabbnak vélt – ráció szintjén, akkor ez a képi-érzéki evidencia és a formális igazság evidenciája közötti végletes hasadáshoz, a nyelv leépüléséhez, a szemlélet (és a mítosz) igazságát tagadó szkepszishez vezet.

⁹ Piet MONDRIAN: *Természetes és absztrakt valóság*, in: HAJDU István: *Piet Mondrian* 54. és 56.

¹⁰ A hiperbolikus geometriában a háromszög szögösszege mindig kisebb 180° -nál, a négyszöge pedig 360° -nál, ezért nincs téglalap és négyzet. Ha két pont, U és T egyenlő távol van egy egyenestől, akkor összekötő szakaszuk minden pontja közelebb van az egyeneshez, mint U és T . A [4.b ábrán](#) például T_1 és U_1 egyenlő távol vannak e -től, a köztük levő S pont közelebb van. Az SU_1R_1P négyszögben három szög derékszög, ezért a negyedik, U_1 -nél levő szög hegyesszög.

Az euklideszi geometria szemlélete a pythagoreus hagyományon belül alakult ki – még ha távolságot is tartott tőle. Ennek megfelelően az euklideszi alakzatok kialakulásánál, megszilárdulásánál kezdettől fogva döntő szerepet játszott azok szimbolikus spekulatív jelentése. Az újkori, matézis-centrikus természettudomány már kialakulásakor látenszen magában hordozta azt a kétértelműséget, amely később az euklideszi és hiperbolikus geometria relatív ellentmondásmentességének ambivalenciájában vált manifesztá. Egyrészt a középkorral szembeszállva vállalta a pythagoreizmust mint a tudományos és a tudományt transzcendáló megismerés egységét, és vállalta az euklideszi párhuzamossági axiómát, amely ezt az egységet geometriai képben jeleníti meg. Másrészt ezen az egységen belül a görög pythagoreizmussal ellentétben döntően megnő a tudomány súlya. Kialakul és döntő tényezővé válik az, amit T. S. Kuhn „normál tudománynak” nevez.¹¹

A modern kor krízisét mégsem a normál tudomány erejének a növekedése okozza – az ilyen állítás menthetetlenül a szabad kutatás korlátozására törő ideológiába torkollna –, hanem az, hogy nem nőtt vele arányosan az a spekulatív erő és szenvedély, amely az új szituációt egyedül lenne képes feldolgozni. Az előszóban definiált nyelvünkön kifejezve ugyanezt: az újkorban megerősödtek az axiomatika pozíciói, s ez produktív vonása a kornak, de nem erősödtek ezzel egyenlő mértékben a metaaxiomatika pozíciói – és ez az aránytalanság az, ami rombol.

Az euklideszi párhuzamossági axióma – főleg ptolemaioszi megfogalmazásában – értelmezhető úgy, hogy az egyenesnek a normál geometria „hétköznapjaiban” közvetlenül hasznosított minimális jelentése és maximális spekulatív (metaaxiomatikus) jelentése közötti distanciát szemlélteti. Azt állítja, hogy a „lenti”, minimális jelentésű (de minimális *jelentésű* és nem jelentéstelen) egyenesnek megvan az egyértelmű – sőt: a lentinek létevel egyértelműen irányt adó – megfelelője (parallelje) a „fenti”, maximális jelentésszinten is, de e két jelentés a geometriában, a minimális jelentésszinten soha nem találkozhat. A geometria annyit tehet, hogy folytonosan emlékeztet a geometriai áttekinthetőségnek és a plótinuszi Egy transzparenciájának az intenzitáskülönbségére, a geometriai igazság és a pleromatikus igazság távolságára. De folytonosan emlékeztet arra is, hogy a fenti egyenes létezésének és a tőle való távolságnak együttes emlékezetben tartása ad egyértelműséget a minimális jelentésnek és egyértelmű irányt a lenti egyenesnek. A geometriai-axiomatikus igazságnak a geometriában rejlő metaaxiomatikai igazság az alapja.

Az euklideszi geometriát az avatja tehát a *more geometrico* követelményében tisztelt „szent” geometriává, hogy a párhuzamossági axiómával (is) szemléletes alapjává teszi e két igazság viszonyát, viszonyuk egyértelműségét, *közös mértékkel mérhetőségét*. A közös mérték csak a nagyobb lehet: a metaaxiomatikus-spekulatív igazság a közös mérték.

Szemlélet és spekuláció ilyen egysége adja mindmáig az euklideszi rendszer vonzerejét a szellemi glóbusz egymástól olyan távoli pontjain álló alkotók szemében is, amelyen például Mondrian és Cassirer.

A pythagoreus hagyomány erejét az adta, hogy benne a két párhuzamos egyenessel szemléltetett síkok feszültsége állandóan jelen volt, és megtermékenyítően hatott mindkettőre, spekulációra és geometriára. A modern tudományban azonban a minimális jelentés alapján álló értelmezés egyre nagyobb hangsúlyt kapott, majd önállósult, és ma már kizárólagos értelmezési bázisnak tekintik.

A modern pythagoreizmus vállalta elméleti kiindulási alapként az euklideszi szemléletet, gyakorlatban azonban egyre inkább a hiperbolikus geometria képlete szerint működött – még mielőtt Bolyaiék az új axiómát kimondták volna. Ahhoz, hogy ezt az ellentmondást fel lehessen oldani, először ki kellett mondani a látenszen ható új axiómát. Ki kellett mondani, hogy a „lenti”, tehát a gyakorlat, más metszetben pedig az egyéniség súlya megnövekedett a „fenthez” képest. És *axiómaként* kellett kimondani, vagyis olyan formában, amely kiállja az axiomatikus szigorúság próbáját is.

¹¹ Thomas S. KUHN: *A tudományos forradalmak szerkezete*. passim

Bolyaiék tehát axiómájukkal a szubjektívitásnak egy új, a descartes-inál dramatikusabb töltésű formáját állították középpontba. Itt manifeszt az ellenállás a transzparenciával szemben – s így a matematikai mozzanattal szemben is –, nyílt kifejezést kap az egyéniségnek az a dionüzikus törekvése, hogy közvetlenül transzcendálja önmagát, tovább-elemezhetetlen, végső jelentésatomként létezzen. A kérdés az: milyen erős a szubjektívitás másik pólusa, a transzparencia-szomjúság? Mennyire van jelen és hat az egyéniségben? Csak ellenerőként, korlátozó erőként feszül-e szembe az egyéniség dionüzikus ellenállásaival, vagy szabad formálóerőként működik benne? Az egyéniség centrumát az erők és ellenerők harca tölti-e be, vagy a transzparencia-szomjúság hatja át, s abból ad a centrum formát e harcnak? Az előbbi passzív, kötött centrumot és kielezetten ambivalens látásmódot jelent, az utóbbi szabad, aktív centrumot és transzparens szemléletet.

Kétségtelen, hogy a Bolyai-geometria ez utóbbira, a szubjektívitás-centrikus matematikai szemléletre törekszik. Jelenlegi formájában azonban ambivalens ez a szemlélet. A szubjektívitásnak azok a priméren transzparenciát sugárzó formái, amelyek az egyéniség dionüzikus törekvéseivel szembefeszülnek – elsősorban a pont és az irány – nem szubjektív súlyuknak megfelelően, csak objektív ellenerőként vannak jelen a hiperbolikus síkon. A hiperbolikus szemlélet ambivalenciája abban is kifejeződik, hogy elfogadja az euklideszi kereteket: elfogadja a végtelenített egyenest, a közömbösített irányfogalmat és a centrum jelentésvesztését. Amit szembeállít velük, azt ezen a kereten belül állítja szembe.

8.

Az egész mozgás emlékeztet a normál-tudományos paradigma kialakulásának, majd a paradigmaváltásnak T. S. Kuhn által leírt folyamatára.

A normál tudomány tevékenysége nagyrészt arra irányul, hogy központi (elméleti) paradigmáinak erőit alkalmazza a praxishoz közelebb fekvő részletkérdésekre. (Kuhn ezt a munkát rejtvényfejtésnek nevezi.) S ehhez nem szabad a paradigmák jelentésével intenzíven foglalkoznia, mert minél intenzívebben foglalkozik jelentésükkel, annál intenzívebbek lesznek a bennük élő kérdések, s e kérdések elvonják energiáit attól, amivel foglalkozni akar: praxisától. Másrészt munkáját a paradigmákba vetett *hit* irányítja. És paradigmáihoz tartozik hozzá az is, hogy meg kell tanulnia úgy látnia a paradigmákat, hogy ne hallja a bennük feszülő kérdéseket.

Ha ki akarjuk emelni azt az ellentmondást, amely a természettudományos paradigmákban rejlik, és amelyet a paradigma eltakar (s ebben van ereje), akkor azt mondhatjuk, hogy a természettudományos paradigmák jelentéséhez eleve hozzátartozik az eltávolodás a paradigma jelentésének forró magjától. De ugyanúgy hozzátartozik a paradigmákba vetett hit is, amely a hitnek – a mitikus hithez egészen hasonló – statikus formája.

A paradigmaváltás során megélnékül az érdeklődés a paradigmák jelentésében benne élő teoretikus, meta-axiomatikai kérdések iránt. A metaaxiomatika abban különbözik az axiomatikától és az elméleti tudományok alapkutatásaitól, hogy megszakítás és korlátozás nélkül kutatja azt, amit ezek csak szakaszosan, egy-egy paradigma krízise idején, és akkor is csak korlátozottabb célok érdekében kutatnak. Minden paradigmaváltás folyamán érvényesül ugyanis a tudományban egy, a metaaxiomatikai kérdések intenzitásának az erősödésével ellentétes tendencia is, amit a paradigmaváltás tehetetlenségi törvényének nevezhetünk. Bármilyen mély szemléleti tény kerül is napvilágra egy paradigmaváltás során, az új paradigmák azt soha nem asszimilálják teljes mélységében – éppen, mert tudományos paradigmák: statikusak. Egy kompromisszumnak köszönhetik létüket. E paradigmák célja ugyanis metaaxiomatikai (tehát teljességigényű), de csak annyiban, amennyiben ez támogatja azt a másik céljukat, hogy biztosítsák a normál-tudományos kutatás stabilitását. E különböző, sőt fontos pontokon ellentétes célok viszonya tisztázatlan az alapkutatásban. A célok tisztázatlansága miatt nem érti egymást Einstein és Bohr, de ezért nem érti önmagát sem Einstein, sem a kvantumfizikára igazi metaaxiomatikus szemmel pillantó W. Pauli.

A hiperbolikus geometria a szubjektívitás metaaxiomatikai kérdéseit állítja a geometria középpontjába. Metaaxiomatikai jelentősége abban van, hogy fölsejlik benne az új cél: a transzparens, mert szubjektívitás-centrikus szemlélet geometriája. De érvényesül, mégpedig kétszeresen az a tendencia is, amely ezt a célkitűzést korlátozza. Jelen van már a hiperbolikus geometria létrejötténél is, amikor az a párhuzamosági axiómától eltekintve gondolkodás nélkül megtartja az euklideszi kereteket. És jelen van a hiperboli-

kus geometria fogadtatásánál, feldolgozásánál is, amikor a matematikai axiomatika a hiperbolikus geometriával feltörő dinamikusabb szemléletet csak a „relatív ellentmondásmentesség” koncepciójában látnak jelenlevő kettős igazság paradigmájának a szintjéig asszimilálja. (A kettős igazság paradigmáját, amely más mértékkel méri a hit igazságát, mint a megismerés igazságát, a középkori filozófia vezette be, de mind a mai napig erősen hat a természettudományban, például a kvantummechanikai komplementaritás elvében is.)

A matematikai szemléletet azonban nem elégítheti ki a kettős igazság paradigmája – ezért is szállt szembe az újkori, természettudományos gondolkodás a középkorival –, és nem nyugodhat bele a paradigmaváltás folyamatában érvényesülő tehetetlenségbe. Nem elégedhet meg annyival, hogy egy metaaxiomatikai kérdésekkel és válaszokkal telített, tehát tágabb és intenzívebb jelentésű szemléleti tény olyan paradigmává szűkít, amelyet a normáltudományos keretek között is alkalmazni tud. Amikor pedig egyes részcélok eléréséhez mégis ilyen szűkítésre van szüksége a kutatónak, akkor olyan szemléletes formában kell tudnia megjelenítenie maga előtt a két jelentés intenzitásának és hatókörének különbségét, amely alapján e különbség mérhető. Ha tudni akarja, hogy mit csinál – márpedig a szó teljes értelmében vett matematikus ezen a metasinten is tudni akarja –, akkor emlékezetben kell tartania, hogy ilyenkor az eredeti teljességet szűkíti.

Az újkori matematikai diszciplínákban erős a törekvés nemcsak a pythagoreus teljességigény szűkítésére, és egyoldalú, de hatékony kiaknázására a normál tudomány céljai érdekében, hanem annak elfedésére is, hogy itt szűkítésről van szó. Pedig hatékonyságát az újkori matematikája is annak köszönheti, hogy határozatlan jelentéssel, de megtartja a pythagoreus kereteket, és méginkább annak, hogy vannak olyan kutatók, akik arra törekszenek, hogy e kereteket ismét alappá tegyék, sőt kiszélesítsék. Ők az igazság ismeretlen és matematizálatlan köreit kutatják, hogy eközben matematikailag kiaknázható új megismerési formákat teremtsenek. Így alapozza Descartes az origó-gondolatára a geometriát és annak aritmetizálását. És ezt látjuk Bolyaiéknál is, akik az euklideszinél erősebb ellenállásig: az egyéniségig ásnak le. Geometriájuk nagyobb ellenállású térben is képes az irány azonosságát érvényesíteni. Dinamikusabb szemléletük alapján olyan ellenállások között is tudnak egyenest húzni, ahol az euklideszi szemlélet már nem képes az irány azonosságát érvényesíteni. Ez magyarázza meg, hogy a hiperbolikus sík nemcsak síkként, de semmilyen felületként sem jelenik meg Euklidesznél, míg a hiperbolikus térben van euklideszi geometriájú felület.

Mindig a nagyobbban: az átfogóbb és mélyebb ellenállásigóig leásó formán belül jeleníthető meg és elemezhető, mérhető a kisebb (szűkebb és tömegszerűbb), de ennek előfeltétele, hogy a nagyobbat is még nagyobbban mérjük, egészen a legnagyobb elgondolhatóig. Erre azért vagyunk képesek, mert – Szabó Lajos kifejezésével – ezzel a végtelen fokozással nagyságrendileg azonosak vagyunk.¹² Az újkori fordulatnak csak ez a végtelen fokozás adhat pozitív értelmet és irányt. A teljes – tehát metaaxiomatikai – értelemben vett matematika nem más, mint ennek a végtelen fokozásnak a matematikája. Ez a végtelen fokozás szabja meg a matematika értelmét és irányát. (A geometriai irányfogalomét is. És ismernünk kell a geometriai irányfogalom *irányát* ahhoz, hogy megalapozottan beszélhessünk geometriai irányról.)¹³

Ezzel megmondtuk azt is, hogy hol van az egyetlen *hatékony* ellenfele annak a *hatékony* nihilizmusnak, amely ma a szellemi életnek a matematikával kapcsolatban álló irányzataiban (is) uralkodik. Ez a nihilizmus egy olyan matematikaképből indul ki, amely ötvözi a matematika és a matematizált tudomány és technika hatékonyságát a matematikai formáknak minimális jelentésszintre szűkített értelmezésével, miközben elfelejteti és elfedi azt, hogy itt a megismerés eredeti teljes céljának a szűkítéséről van szó meghatározott rész-célok érdekében.

9.

Az alkalmazás-centrikus tudományos gondolkodásmód paradigmáiban is hat egy intenzív, fogalommal sűrítésre törekvő erő. Ez a gondolkodásmód is különbséget tesz intenzív („jó”) és extenzív („rossz”, halmozott) végtelen, mérték és mértéktelen, egész és rész között. De nem foglalkozik e különbség

12 SZABÓ Lajos: *Szemináriumi előadások I.* 216 skk.

13 Kandinsky a szellemet „előre és felfelé irányuló mozgásként”, Szabó L. „előre és felfele törekvő rangrelativitásként” írja le.

megalapozásával, nem foglalkozik azzal a kérdéssel, hogy honnan ered mérték és mérendő különbsége. Fölváltva érvényesít két, egymásnak ellentmondó választ:

- a mérhetőség a megismerendő világ alaptulajdonsága;
- a mérték „más”, mint a mérendő, kívül van rajta, a mérték létezése csak hipotetikus, csak egyfajta léttelen létezés az áthatolhatatlannak vélt anyag létének a realitásához képest.

Hasonló mondható el a többi ellentétpárról is. Így például az intenzív végtelen is az extenzív, halmazozott rossz végtelen képére van gyűrva a halmazelmélet végtelen-fogalmában.

Plátón a matézis szerepét abban látja, hogy az említett különbségek eredetére irányítja a figyelmünket. Eszerint a matézis alapfunkciója az, hogy feloldja a mértéknek ezt a „más”-jellegét, hipotetikusságát, és megtöri az anyag áthatolhatatlanságának a túlerejét. Mondanivalóját a pythagoreus négyzet–téglalap ellentéppárral szemlélteti. „A különböző, a és b oldalú téglalap a geometriai középarányos képzésével ($a : m = m : b$) egyenlő oldalúvá (m oldalú négyzetté) alakítható. A diverzitás ($\theta\alpha\tau\epsilon\rho\nu$) a síkidom tetszőlegességében, pontosabban: a két oldal különbözőségében nyilvánul meg, az azonosság ($\tau\alpha\upsilon\tau\omicron\nu$) az alakzat egyértelmű meghatározottságában és az oldalak egyenlőségében.”¹⁴ Síkbeli területe ugyanaz maradt, de rányomtuk az azonosság bélyegét: a négyzet a téglalap oldalainban megnyilvánuló diverzitást (a plátóni $\theta\alpha\tau\epsilon\rho\nu$ -t) a geometriai középarányos révén az identitásban (a $\tau\alpha\upsilon\tau\omicron\nu$ -ban) oldja fel (Timaiosz 35A). A négyzet nem maga a tiszta azonosság, de mégis magasabb és tisztább szemléleti forma. Identitás és diverzitás ellentéte már nem a vertikális és horizontális közötti *tetszőleges* viszonyként aktív benne (lásd a ferdeszög problémáját), hanem mint ezen irányok principiális ellentéte.

Ez a kép a pythagoreus matézis kulcsszerepét szemlélteti. A pythagoreus szemlélet nem áll meg $\theta\alpha\tau\epsilon\rho\nu$ és $\tau\alpha\upsilon\tau\omicron\nu$, másrészt mérték és mérendő különbségének annál a formájánál, ahol e különbség – mint az alkalmazáscentrikus tudomány paradigmáiban – még határolatlanul és meghatározatlan tetszésszerintiségként, tehát alaptalanul jelentkezik, hanem e formákból a lélek intenzív azonosság- emlékével tisztább szemléleti tényt formál, amelyben azonosság és másság principiális ellentéte szemlélhető. Megmutatja, hogy az azonosság jelenlétének ez a hangsúlyosabb, letisztultabb formája minden mérés alapja. Minden síkbeli mérés alapja a négyzet.

A kép egyben megjeleníti – és a párhuzamos egyenespár euklideszi képénél is hangsúlyosabban és tagoltabban jeleníti meg – az alkalmazás-centrikus tudomány paradigmáinak és a pythagoreus Egész-szemléletnek a dimenziókülönbségét is. A két kép szorosan összefügg matematikailag: az abszolút geometrián belül az euklideszi és a hiperbolikus geometria szétválasztható úgy, hogy az előbbiben van négyzet és téglalap, az utóbbiban nincs.

II. RÉSZ

10.

Eddigi elemzéseinket összefoglalva azt mondhatjuk, hogy az euklideszi szemlélet döntő pontokon képviseli a pythagoreus szemléletet, annak létfelfogását. Megőrzi például a pythagoreus négyzetet mint minden mérés alapját. Az euklideszi szemlélet – talán a hiperbolikus szemléletnél is inkább – valódi szemlélet, amennyiben az ellenállásokat, amelyeket nem tud feloldani, távol tudja tartani magától azzal, hogy saját centrális mondanivalóit eleven formában kifejti. Tehát anélkül tartja távol magától a számára használhatatlan és feldolgozhatatlan ellenállásokat, hogy ehhez folyton külön erőfeszítést kellene tennie (ahogy erre Hegel szemlélet-szegény „fogalma” rákényszerül), vagy centrumához túlzottan oda kellene tapadnia (ez volna a Rosenzweig által leírt és kritizált rajongás).

Az euklideszi szemlélet egyrészt *megjeleníti* azt a rangkülönbséget, amely a mértéket a máséhoz, az önmagában mértéktelenhez hasonlító absztrakt-tudományos gondolkodás és a mérték „más”-jellegét és hipotetikusságát feloldó gondolkodás között van, másrészt magát a mérés szubjektív mozzanatát ugyanezzel a mozdulattal távol tolja magától. A mérés szubjektív tevékenysége Plátónnál is „kívül” van a mértéken, „más”-szerű.

Az egyenlő távolságú párhuzamosok képe (3. ábra) megjeleníti spekulatív szemlélet és normáltudományos paradigma jelentésszintjének a különbségét. Ez a megjelenítés azonban nem jelent szubjektívizálást. A két jelentésszintet képviselő két egyenes geometriai iránya ugyan közös, de soha nem találkoznak egy pontban. Csak egy határtalan, extenzív alakzat, a sík fogja őket össze, és nem egy intenzív forma, a pont. A két jelentésszintet magára vonatkoztató és egymáshoz mérő, az erősebbel a gyengébbet átvilágító *szubjektivitás* kérdéseit távol tartja magától.

A 3. ábrát szemlélve felmerül az a lehetőség, hogy talán a közös merőleges irány vertikálisa képviseli ezt a mindkét jelentésszintet magára és egymásra vonatkoztató dinamikusabb szubjektivitást. S ez így is van – csak hogy erre a felfelé törő merőlegesre is érvényesek az egész sík törvényei, s így a párhuzamosság törvénye is.

Itt is igaz, hogy Descartes az, aki origó-gondolatával a mérő szubjektivitást a geometria középpontjába helyezi. Az origó-ponttal annak kifejezését állítja az euklideszi sík középpontjába, aminek kifejezését az euklideszi sík addig távol tartotta magától: az osztatlan-osztó, mérő és összehasonlító, tehát a szó teljes értelmében matematizáló szubjektivitást fejezi ki az origó. Minden iránnyal (az ábrán felfelé mutató merőlegessel is) van az origóból kiinduló azonos irány. Az origó azt az aktív magatartást képviseli, amelyet Szabó Lajos osztó magatartásnak nevez¹⁵: minden irány (és minden vektor) felbontható egy origóba mutató és egy origóból induló irány (illetve vektor) összegére. Az origó által kifejezett osztó magatartás megteremti az alapját annak, hogy a különböző irányú mozgásokat mennyiségileg összehasonlíthassuk.

Az ezen a ponton is Descartes origó-gondolatát továbbgondoló Bolyaiékat a mérő szubjektivitástól és annak kifejezésétől tartózkodó euklideszi megoldás nem elégíti ki. Egyenesnek, pontnak, geometriai szemléletnek nagyobb súlyt akarnak adni. Az euklideszi szemlélet statikusnak érzett nyugalmaival szemben megnyilvánuló szubjektív dinamizmust, annak szemléletépítő és szemléletromboló erőit egyaránt közelebb engedik magukhoz, hogy mindkettőt elemezhesék és belekomponálhassák a szemléletükbe.

15 Szabó L. az osztó magatartásról: A „halmazelmélet és atomizmus progresszív karaktere [az, hogy] az osztó magatartást jelenti. Romboló karaktere [abban van, hogy] ezt egyoldalúan és korlátozottan csinálja... Az Isten képére teremtett embernél embervoltából adódik a végtelen oszthatás, [a] végtelen aktivitás. Ennek határai: 1/ meddig van kívánságom és erőm osztani? 2/ ennek nincs se mennyiségi se kvalitatív határa az ősmisztériumig. Ezen belül pedig: a gyémánt tudja osztani az üveget, az üveg viszont a gyémántot nem (vagy a fa és fejsze viszonya). Vagy: hidraulikus préssel sem tudom a levegőt vagy teret kettéosztani. ... Az individuum (oszthatatlan) osztja a világot. Erő kell ahhoz, hogy egy pálcát kettéosszak, de ahhoz is, hogy egy absztrakt vonalat kettéosszak: szellemi erő kell hozzá. Nem szabad elhanyagolni azt a mozzanatot, hogy csak konkrét erővel és konkrét iránytudattal oszthatok ketté egy geometriai vonalat. ... Ez az osztó magatartás tehát a pozitív, etikai magatartás. ... Atomizmus: örök és végtelen részek. Viszont az anti-atomizmusnak (klerikalizmusnak) fáj, hogy osztják. Nem mert rálicitálni az atomizmusra.” SZABÓ Lajos: *Adalékok a halmazelmélet kérdéseire* 2.* 132.

Nézzük tehát, hol vannak azok az euklideszi geometrián belül hangsúlytalan ellenállások, amelyeket Bolyaiék most explikálnak?

Láttuk, hogy a pont szubjektívizáló funkciói Descartes előtt szinte teljesen hiányoztak az euklideszi síkon. Pont és egyenes viszonyában is az egyenes az „erősebb”. Ezt mondja ki az egyenes tetszőleges meghosszabbíthatóságának axiómája, és külön hangsúlyt ad neki a párhuzamossági axióma. A kiindulópontot és a végpontot (és ezzel együtt a nyugvópontot) az euklideszi geometria – legalábbis az egyenes vonatkozásában – semlegesíti. Ezzel a pontot eredeti jelentésétől fosztja meg. Mert minden pont arra törekszik, hogy centrum, kiinduló- és végpont, origó legyen. Minden pont mélyén a középpont él.

Bolyaiék a pontnak azt a szubjektív törekvését, hogy centrum akar lenni, ellenállásként vetik bele az euklideszi párhuzamossági axióma vizsgálatába. S ha ezt a törekvést, a benne megnyilvánuló spirituális igényt maradéktalanul érvényesíteni akarjuk, akkor nem állhatunk meg az euklideszi és a hiperbolikus rendszer relatív és formális ellentmondásmentességének megállapításánál, hanem össze kell mérnünk a bennük megnyilvánuló alapvető, és mint már láttuk, részben ellentétes tendenciákat. Hiszen a hiperbolikus geometria értelme éppen az, hogy az euklideszinél mélyebb ellentmondásokat hoz felszínre, mélyebbre és le az osztó, mérő és összehasonlító, vagyis a szó teljes értelmében matematizáló szubjektum ellenállásaiba.

11.

Bár a végtelenített egyenes képe közömbösíti a pont centralitását, kezdőpont- és végpont-funkcióját, mégis magában foglalja azt az állítást, hogy az egyenes két „végén” más van (1. ábra). A végtelenített egyenest alapfogalomnak tekintő racionalitás világában is szükség van annak elismerésére, hogy az egyenesnek létezik egymástól jól megkülönböztethető kezdete és vége, még ha ezt a kezdet és vég ki is van tolvá egy áttekinthetetlennek, kaotikusnak látszó messzeségbe, a végtelen távolba.



1. ábra Mindkét geometriában érvényes, tehát „abszolút” feltevés: az egyenes két „végén” más van.

Az, ami az egyenesen „túl” van, az a pont, amelyre az egyenes mint centrumra mutat, nem végtelen távoliként létezik. A mi számunkra sem.

De akkor hogyan kerülünk mégis végtelen távol tőle?

A vallás – és a mítosz is – kiindulópontunknak és végpontunknak idő, születés és halál fölötti azonosságát hozza elénk. Születésünk, halálunk, újjászületésünk ugyanarra a centrumra vonatkozik, belőle értelmezhető. Kiindulópontunk és végpontunk azonossága feszül *irányként* jelenünk minden nagy pillanatában mint az időfölöttség tudata, ami megújítható, újra és újra kiindulóponttá tehető, és ezzel jövőt alapít. Csak meg kell ragadnunk kiindulópont és végpont különbségét és azonosságát. Ezt parancsolja a bennünk élő logosz. Ezt parancsolja a mítoszban rejlő logosz.

A mítosz úgy viszonylik a centrumához, mint a tömör kör. Nem enged messze távolodni tőle, őrizi kiindulópont és végpont időfölötti azonosságát. A centrum „anyagszerűen” áthatja az egész kört, anyagszerűen összeforr vele, ez adja a kör tömörségét, a mítoszközösség kohézióját. A közvetlen, anyagszerű (Cassirer megfogalmazásában: szubsztanciális) mindenütt-jelenlét teszi lehetővé a centrum mágikus, a jelben egészen, differenciálatlanul feloldódó megnyilvánulását, de nem feltétlenül vezet el a centrum szabad megnyilvánulásához. Ez utóbbihoz a távolodás és közeledés nagyobb szabadságára van szükség.

A logosz: fordulópont. Távolodás és közeledés nagyobb szabadsága tör be a mítosz körébe. A centrum felszabadítására és a centrum lekötésére irányuló energiák polarizálódnak. Harcuk vagy a centrum szabad megnyilvánulásához vezet, és a logoszból e harcban centrális irány, a centrumra mutató sugár születik, vagy a harc felbontja a mítosz összefüggő jelrendszerét, a centrum jelentését kiszárítja, és a mítoszból való nihilista kilépéssel – legtöbbször inkább tehetetlen kihullásban – végződik. Mítosz-zárványokra, kiszikkadt mítosz-töredékekre ehhez a kilépéshez is szükség van. (Ennek a kilépésnek a geometriai képe a kört érintő irányban elhagyó egyenes lehet.)

Az euklideszi végtelenített egyenes tekinthető olyan kompromisszumnak, amely e két irányzat, a logosz centrális iránya, centrális sugara és a mítoszból kilépés nihilista mozdulata közötti harcból született. Ennek nem az érintő, hanem a sugár irányát kifelé meghosszabbító egyenes a geometriai képe, amely úgy keletkezik, hogy a sugár kezdőpontját, a centrumot a meghatározatlan és ezért elérhetetlen messzeségbe toljuk. Már hat a folytonos centrumvesztés, centrumfeladás kimérája, de még van jelentősége annak, hogy a sugár *centrumát* toltuk távol magunktól.

Úgy is mondhatjuk, hogy az euklideszi egyenesben két szemléletmód ütközik: a tiszta, intenzív pythagoreus szemlélet, amely számára a *centrális irány* az egydimenziós, vonalszerű alaptény, és az extenzív, gyakorlati orientációjú matematikai szemlélet, amely a semlegesebb, közömbösebb *végtelenített egyenest* tekinti alapfogalomnak (a centrumból kihullás egyenese szerepel például a fizika tehetetlenségi törvényében). Maga az euklideszi egyenes kifejezi a két szemléletmód feszültségét. Megőrzi az irányból egy minimális intenzitást és annak folytonosságát. Innen származik ereje, amellyel részben megformálja az irány intenzifikáló funkciója és a kifelé meghosszabbíthatóság extenzifikáló funkciója közötti viszonyt, részben viszont a végtelen távolba tolja ki a két szemléletmód szembesítését. Az igazság mint tiszta forma és az egyéniség között feltételezett tragikus törést csak így tudja elrejtteni.

Látni fogjuk, hogy a hiperbolikus síkon az euklideszi egyenesben még láthatatlan törés láthatóvá válik.

A logosz sorsához, vagy inkább küldetéséhez tartozik, hogy ilyen töréseket kell explicitté tennie, és a saját maga által explicitté tett törésekkel kell megküzdenie útján. A közeledés és távolodás szabadsága előfeltétele a centrum szabadságához vezető útnak. A „végtelen távoli” problémája a logosz történeti útjának a kísérője. Ő maga a centrum szabadsága felé tör, de útján természetesen hatnak rá az ellentétes taszítóerők, a mítoszból kilépés negatívumai is. És a logosz azonos az útjával.

A mítosz eredeti formája magában foglalja a logoszt, tehát az irányt is. A logosz útja tehát nem az üres téren át vezet. A logosz kérdéseinek iránya, nyugvópontja van: a mítosz magvában. De a mítosz „tömörsege”, szubsztancialitása és jeleinek differenciátlansága megszűnt ezen az úton. Itt a mítosz csak azt táplálja, aki a centruma felé közeledik. És a centrum felé közeledőnek a mítoszból kilépők árasztotta nihilista ürrézetet is át kell égetnie a centrum jelentésével. A centrum soha nem elvont pont, belső struktúrája van, mint az origónak, erőteret sugárzó középpont. Nem elvont, hanem jelentésgazdag szabadság. S aki e középpont felé lép, azt védi. Nem boldogsággal és nem is mindig mítosszal. Csak az közeledik a mítosz centruma felé, aki éltető energiáit magába szívja, és romboló erőivel szembeszáll. A logosz mozgása a finitizmus értelmében véges mozgás: befejezése, nyugvópontja van. Ezért mindig új kiindulópont.

Az egyenes vonal kifejezi a finitizmus elvét, határtalanságának posztulálása ennek az elvnek az érvényesítését korlátozza, vagy élesebben fogalmazva: ezt az elvet töri meg.

Ha az euklideszi egyenes világot közelebről szemügyre vesszük, kirajzolódnak előttünk mind a mítoszból való kilépés negatívumai, mind a megőrzött pythagoreus szemléleti formák pozitív ereje.

Euklidész a párhuzamosok távolságát állandónak képzei el. A mítoszból kilépők önmagukba fordulnak, és megmaradhatnak egymástól egyforma távolságban pályájukon, közeledés és távolodás, találkozás és búcsú nélkül. Az egyenes ennyiben dezorientációt, időtlenített izolációt jelez a síkon.

A párhuzamosoknak sem a múltjukban, sem a jövőjükben, sem a jelenükben nincs közös pontjuk. A közös a múltból a régmúltba, a kiürült, trónfosztott mítoszba süllyedt, a jövőből pedig az elérhetetlen távolba illant. A párhuzamosok egy olyan közösséget fejeznek ki, amelynek tagjai együtt, de egymástól áthidalhatatlan távolsággal elválasztva szemlélik azt, ami a régmúltba és a messze jövő ködös mítoszaiba vonult vissza. A közösen szemléltet sem közös genezisként, sem közös megváltásként nem tudják megjeleníteni.

Érezhető itt a görög szofisztika közelsége. Plátón azzal kritizálja a görög matematikát és a csak „úgynevezett pythagoreusokat”, hogy saját kiindulópontjukat nem tudják megragadni és megalapozni.

13.

Maximális koncentrációval minimális mozgás: ez a *purusa* mozgása. A mozgás mint tiszta, belső tagolású differencia = minőség = hatóerő. Belső, tagolt iránya van, ez a minősége. Időfölöttiségét nem engedi ki a kezéből, az időben is meg tudja jeleníteni. Az újkori fizikában az infinitezimális (végtelen kis változás), a Δs a megfelelője.

Minimális koncentrációval maximális mozgás: ez a *prakriti* mozgása. Egyenesvonalú, egyenletes mozgás. (A fizikában a tehetetlen test mozgása jelképezi.) A térbeli dezorientáció manifesztálódása. A végtelenített egyenes az irányvesztés nyoma. A *purusa* a mozgás lényeges fordulatait magába sűrítő és tagoló intenzitás, belső tér. Még a Δs számszerűsége és a függvénynek a differenciálhányadosok alapján való sorbafejthetősége is erre utal.

Az egyenesnél a Δs állandó. Ami egyenes vonalban mozog, nem győz le belső ellenállást, ezért a mozgását tömörítő törvény is külső törvény marad a számára. Az egyenes a legyőzetlen ellenállások vonala, sorsvonal és halálvonal. A szabad életvonal ezzel a sorsvonallal a *purusa* mozgását, az időfölöttiség tudatát állítja szembe: pozitív tartalmú, az időben ható, a végessel számoló mozgást, amely magába sűríti a mindig újra visszafordulást a centrum felé.

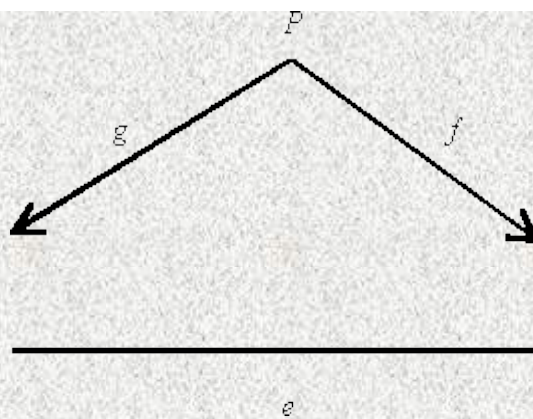
14.

Az euklideszi sík az *ananké* síkja. Ezen a dezorientált síkon azonban létezik a *síkformák hasonlósága*. A görög pozitívum: eleven formákat teremteni a tragikus háttéren. Az örök nem-találkozás háttérén eleven formák összehasonlíthatósága. Az absztrakt-archaikus geometriai alakzatok dinamikus összevetése: kicsinyítése és nagyítása.

A mérés mértékegysége a pythagoreus alapalakzat, az egységnégyzet. A párhuzamossági axióma pozitív tartalma: az egységnégyzet azonossága az egész síkon transzparensen, *purusaszerűen* jelen van. Kicsinyíthetősége és nagyíthatósága minden mérés alapja.

15.

A síkformák kicsinyíthetősége-nagyíthatósága és megváltoztathatatlan *ananké*, látható pythagoreus alapformák és láthatatlan törés – Bolyai és Lobacsevszkij geometriája mindezt visszájára fordítja. A modern tragikumot manifesztálja a matematika nyelvén.



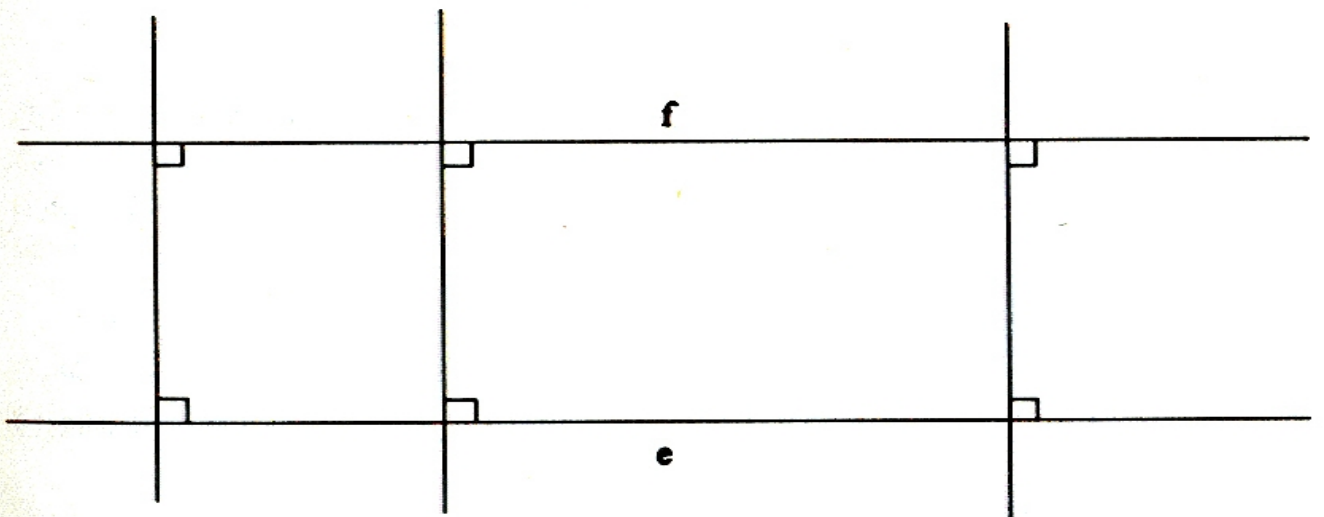
2. ábra (a hiperbolikus geometriában érvényes): e párhuzamos f -fel (jobbra), illetve g -vel (balra). Törés:
Bezárt szögük kisebb 180° -nál.

A pont térteremtő ereje: a P pontból kiinduló f és g egyenes által bezárt szögtartomány az egész e egyenest magában foglalja. Az α szög tetszőlegesen kicsi lehet, ha a d távolság elég nagy.

Bolyaiék az egyenest két félegyenesre bontják, és a külső pontból ugyanahhoz az egyeneshez két irányban húzott párhuzamos félegyenes között törést állapítanak meg (2. ábra). Az euklideszi egyenesnek csak egy „ideális”, „végtelen távoli” pontja van, a Bolyai–Lobacsevszkij-féle egyenesnek kettő. Bolyaiék ezzel láthatóvá teszik az egyenesben rejlő ellentétes, széttartó erőket. Az egyenes szemszögéből nézve minden pont törésponttá válik. A Bolyai–Lobacsevszkij-féle párhuzamosság fogalmában tehát már nem mosódik úgy össze kezdő- és végpont, mint az euklidesziben, itt mindkettőnek van megkülönböztethető mondanivalója a jelenben. (Ez a modern időtudatosság megjelenése.) Az egyenes felől nézve a kettő között nem kontinuitás van, hanem törés.

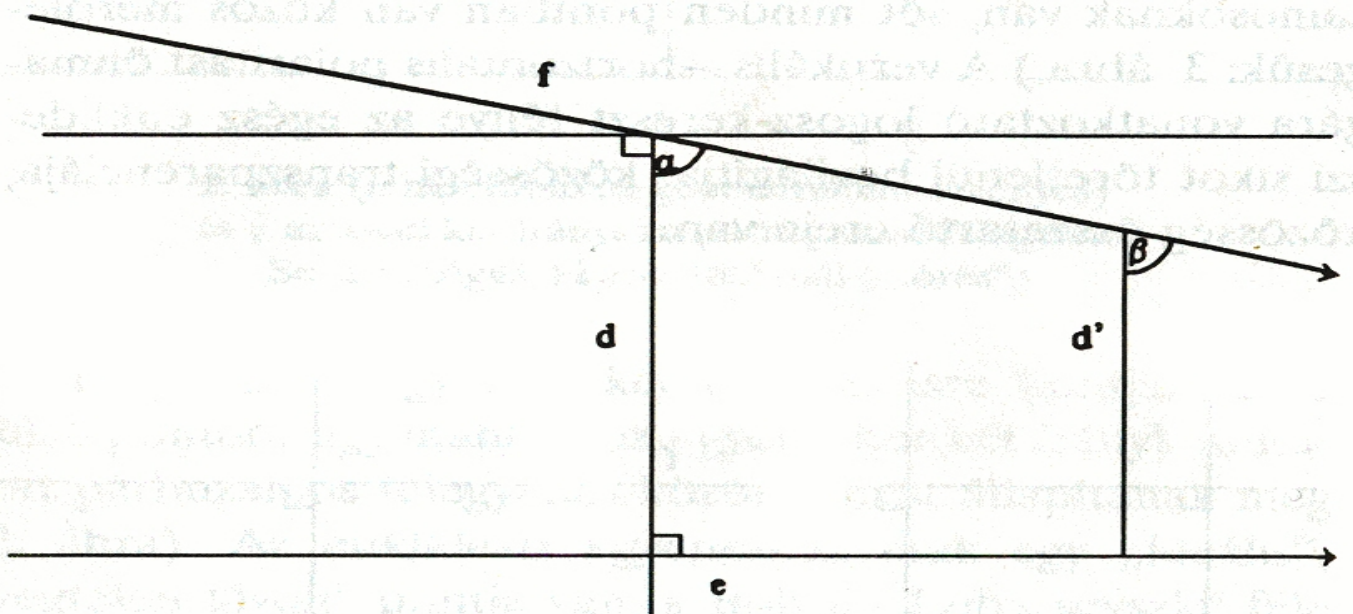
16.

A párhuzamosság euklideszi axiómája – a nem-metszés egyértelműsége – nemcsak az egységnégyzet létezését garantálta. A geometriai szemlélet homogenitása a négyzet letisztult vertikális–horizontális tagolását az egész síkon érvényesítette. A nem-találkozó párhuzamosokat egy egész létüket átfogó vertikális fogta össze. (A hiperbolikus sík párhuzamosaival ellentétben az euklideszi párhuzamosoknak van, sőt minden pontban van közös merőlegesük: A vertikális–horizontális polaritást önmagára vonatkoztató, sőt önmagából levezető logosz-kereszt fénye az egész euklideszi síkot töretlenül bevilágítja: közösségi transzparenciája, közösség-összetartó ereje van.



3. ábra (az euklideszi geometriában érvényes): Az e és az f párhuzamos egyenesekre a sík minden pontjából állítható közös merőleges. Van négyzet; a derékszögstruktúra transzparenciája. Tragikum: a közös (találkozási) pont ki van tolva a végtelenbe.

Bolyaiéknál nagyobb súlyt kap a nem-találkozás. Az ő párhuzamosaik nem állandó távolságra vannak egymástól, hanem asszimptotikus egyenesek, azaz távolságuk a párhuzamosság irányában nullához tart. Rendeltetésük nyilvánvalóan az lenne, hogy találkozzanak, mégsem találkoznak. Nagyobb súlyt kap a végtelen távoli közelhözásának az igénye, és ezzel együtt megnő az egyenesek ellenállása a vertikális-horizontális tagolódással szemben.



4.a ábra (a hiperbolikus geometriában érvényes) e és f (jobbra) párhuzamos egyenesek. Egyáltalán nincs közös merőlegesük. $\alpha < \beta < 90^\circ$. Asszimptotikus egyenesek; távolságuk (így a d távolság) minden határon túl csökken, ha a P pont jobbra a „végtelenbe fut”.

4.b ábra (a hiperbolikus geometriában érvényes): e és f ultraparallel (nem metsző és nem is párhuzamos) egyenesek. Pontosan egy közös merőlegesük van, a PS egyenes. $R_1U_1, R_2U_2, Q_1T_1, Q_2T_2$ merőleges e -re,

az f -fel bezárt szögük kisebb, mint 90° : $\alpha' < \alpha < 90^\circ$. A d távolság minden határon túl nő, ha az R és a Q pont a „végtelenbe fut”.

A hiperbolikus sík párhuzamosainak egyáltalán nincs közös merőlegesük, és az ultraparalleleknek (vagyis az egymást nem metsző, de egymással nem is párhuzamos egyeneseknek) is csak egy van. Ráadásul e közös merőleges mindkét oldalán végtelenbe tart a két egyenes távolsága (4.a és 4.b ábra).

Az archaikus szemlélet számára elképzelhetetlen, hogy a logosz-kereszt transzparenciája így megtörjön az egyéni formákon.

17.

Az euklideszi sík tehát „megfordul”, visszajáról látszik Bolyaiéknál. Előterbe kerül a feszülő tragikum, a feloldatlan ellentétek világa, a polarizáltság. (A Bolyai-tér közeli rokonságban áll Vajda Lajos örvénytereivel.¹⁶) Háttérbe szorul viszont az összehasonlíthatóság, a kicsinyíthetőség és nagyíthatóság, a böhmei *Leiblichkeit*, a rosenzweigi *Lebendigkeit* formagazdag világa: a hiperbolikus síkon egyáltalán nincs hasonlóság, egy alakzat sem kicsinyíthető vagy nagyítható. Nehezebben születnek háromszögek, határolt síkformák, mert a tragikum, a közelítő párhuzamosok, a találkozásra-rendeltek találkozását gátló örvények a síknak sokkal nagyobb mélységét, sokkal hangsúlyosabb részét foglalják el. Nehezebben érhető el, hogy két egyenes messe egymást. A mérés a „görbültség” miatt nehezebbé válik, ugyanakkor véglegesebb. Létezik abszolút távolságegység, és létezik maximális háromszög, azaz minden háromszöggel egybevágót magában foglaló háromszög.

Kézenfekvő a Bartók-párhuzam. Az ő harmóniavilágában is önmagukban „vegytiszta” konzonanciák és diszszonanciák feszülnek egymással szembe. Mindkettőjükre, Bartókra is, Bolyaira is jellemző a klasszikus alakzatok mögött meghúzódó törések szigorú, a szemléletességgel, illetve a zeneileg széppel látszólag szembeesülő megmutatása. És mindkettőjükre jellemző a feszültségek feloldásának a töredékessége is. (Bolyainak szüksége van a „végtelen távoli” és az „abszolút tér” konstrukciójára, erre az euklideszi-newtoni-kanti kimérára, Bartóknak pedig szüksége van – ha nem is mindig – a „végtelen közelire”.)

A Bartók- és Vajda-párhuzam nem véletlen. Bolyai, Vajda, Bartók annak három kimagasló képviselője, amit Isztray Botond „magyar dualizmusnak” nevezett. Ady fölöttük áll, ő az áttörés. Pesszimizmusa tudatosan a magyarsághoz kötődik, és lényeges pontokon be van ágyazva biblikusságába, nép- és Messiás-látomásába.

A Bolyai–Lobacsevszkij-féle párhuzamos egyenespár a modern tragikum képe: láthatóvá teszi az euklidesziben még láthatatlan törést. Ez a modern szituáció: a jel és jelzett közötti láthatatlan törés a jelben is láthatóvá válik.

18.

Ha az euklideszi párhuzamosság minden paradigma ősképe, akkor a hiperbolikus párhuzamosság a tudományos paradigmatis gondolkodás válságának az ősképe.

A paradigmatis gondolkodás fénykorában a benne uralkodó euklideszi szemlélet legfeljebb párhuzamosságot ismert el a két kutatási irányzat, *teória* és *tudomány* között, így az irány primátusa és a végtelenített egyenes primátusa között is. Az előbbi következetesen kutatja a pythagoreus szemléleti

16 VAJDA LAJOS (1908–1941) festőművész és grafikus, a magyar avantgarde Kassák utáni második nemzedékének vezető egyénisége. Művészetében Bartók hatására arra törekszik, hogy integrálja Keletet és Nyugatot, a népművészetet és a legradikálisabb avantgárd látásmódot. Konstruktív szürrealista szemléletmódja utolsó korszakának szénrajzain teljesedik ki. Ezeket, mint Mándy Stefánia írja, „mint az erővonalak mentén a fémreszelék, úgy rendeződnek az apró sűrű fekete vonalak új és új erőhálózatokká a fehér papíron. A tánc, a harc, a születés és halál” örvényszerű absztrakt-szürrealista alakzatai nemeuklideszi térszerkezetekké és struktúrákká formálódnak.

formák kohézióját és teljes jelentését, a második a formákat csak laza, határozatlan keretként használja fel a maga paradigmáiban. A paradigma rögzítette tehát a párhuzamosságot, s így a folytonosság hiányát a két irányzat között, és távol tartott magától minden olyan törekvést, amely e folytonosság-hiány elemzésére és feloldására törekszik. Ez a gondolkodásmód mindezt „magasabb fórumra”, a pythagoreus szemléletre bízta. Olyan fórumra, amelyet aztán kénye-kedve szerint tisztelhet, bírálhat vagy megtagadhat, amelynek alaptörekvéseit és eredményeit elsajátíthatja, vitathatja vagy ignorálhatja. E fórum létezésére és működésére azonban mindenképp szüksége volt a saját működéséhez.

Eközben hatékonyan megszervezte és saját tudományos-technikai céljai szolgálatába állította a kutatások, az emberi aktivitás nagy részét. Az alapkutatását is. (Descartes Ágostontól vette át a *cogito ergo sum* gondolatát, de míg Ágostonnak a középkori teológia filozófiai megalapozása volt a célja e gondolattal, addig Descartes az újkori természettudomány megalapozása érdekében elevenítette fel és aknáztta ki.) Ennek felemás, de súlyos következménye, hogy negligál minden olyan elemzést, amely a pythagoreus formák funkciójának és teljes jelentésének a kutatását nem rendeli alá a tudomány céljainak. A folytonosság hiánya történetileg ellentét, és a tudomány oldaláról nézve töréssé éleződik. Ez aláássa az euklideszi párhuzamosság és minden statikus paradigma stabilitását. A hiperbolikus geometriával az euklideszi egyensúly még megmaradt fikciója is összeomlik. A kiélezett ellentét látható törésként jelenik meg a geometriában, s ennek nyomán az egész tudományban. Az euklideszi egyensúly felbomlásának az ellensúlyozására a pythagoreus formák teljes jelentése és annak tudományos szűkítése, „elhatározatlanítása” közötti harc a szűkebb értelemben vett matematikának (és axiomatikának) is témája lett a maga korlátozott keretei között, hiába nem tudatos ez a legtöbb kutatóban.

Metaaxiomatika és axiomatika viszonya nem szimmetrikus. A metaaxiomatikai kutatás nem hagyja figyelmen kívül a szűkebb célok érdekében mozgósított hatalmas erőket, de vállalkozik értékelő elemzésükre. A metaaxiomatika nem tekinti meg-nem-történetnek vagy magasabb szempontból lényegtelennek az itt leírt egyoldalú újkori fejlődést. De tehetetlennek sem érzi magát annak értékelő elemzésében, az azt meghatározó pozitív és negatív erők szétválasztásában.

A jelben is láthatóvá váló törés, a paradigmatis gondolkodás válsága, modern tragikum, illetve a Bolyai–Lobacsevszkij-féle egyenes, a paradox linearitásformák, a nulla görbületű görbék – valóban mindenben a modern szituáció paradigmatis jelei. A velük feltörő matematikai kérdések végül a halmazelméleti válságba torkolltak. A gyakorlati tudomány és az elmélet (a geometria + aritmetika és a logika) közötti *produktíválható* különbség visszahódítását a matematika számára és megalapozását egy, a szám metaforikus jelentésére érzékeny szemléletben K. Gödel kezdte el (munkássága kritikai értékelését a következő tanulmányunk adja).

19.

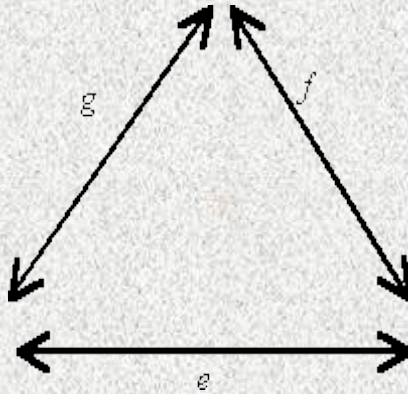
Most térjünk vissza ahhoz a ponthoz, ahonnan Bolyaiéknak sikerült az egyenesből kielemezett, tragikussá élezett töréseket világképpé formálniuk. Azt mondtuk: Bolyaiék forradalma az egyéniség forradalma. Minden egyéniség magjában ugyanaz az osztatlanul egy, osztó és mérő alany van. De az egyéniségben benne van az osztottság világa is. Az egyéniségnek ezt az ellentmondásgóccát állítja középpontba a hiperbolikus geometria, és ennek az ellentmondásgócnak az elemzésével felrobbantja a tudományos paradigma stabilitását, hogy az ellentmondó erők harcát dinamikusabban kifejező formát olvasszon ki belőle. Azt kell még értékelnünk, hogy ez a forma milyen szinten fejezi ki és milyen szintig oldja fel az egyéniség ellentmondásait. Az egyéniség töréspontjainak láthatóvá válására már rámutattunk a párhuzamos félegyenesek törésének az elemzésénél. De ha ezt a törést most nem az egyenes, hanem a *pont* oldaláról nézzük, a diszkontinuitás bántó érzése rögtön megszűnik, és helyére a pont nagyerejű térszerűsége lép. A teljes egyenes belefoglalható egy *egy pontból* induló szögtartományba ([2. ábra](#)). Az egyenes két vége nem tart úgy szét, mint Euklidésznél. *Egy* szubjektivitás terébe foglalható és a jelenlét intenzitásával felizzítható mindaz, ami mondanivalója lehet az egyenesnek a kezdő- és végpontról. A pont terébe összefuthat mindaz, ami korábban az egyenes „két végén” a trónfosztott mítosz kódéba tűnt. A végtelen távolinak Bolyaiéknál érezhetően nagyobb az erosza, mint Euklidésznél volt.

Egyrészt a pont mint kiindulópont nagy területeket hódít vissza az Euklidésznél elveszett intenzitásából és térteremtő képességéből. Másrészt megnő a végtelen távoli jelentéstartalma.

1.) A végtelen távoli pontokat az euklideszi rendszerből felépíthető projektív geometriában a végtelen távoli egyenes köti össze, a hiperbolikus síkon – Hilbert nevezetes megfogalmazásában – bármely két véget, azaz végtelen távoli pontot pontosan egy *valódi* egyenes köt össze.¹⁷ Ha maga a végtelen távoli nem is, de a két mozzanata közti kapcsolat megjelenik a szemünk előtt.

2.) A párhuzamosok a hiperbolikus síkon egymás asszimptotájaként viselkednek, tetszőlegesen megközelítik egymást. Feszültséggel telt, plasztikus kép ez, majdnem expresszíven *mutat* a „végre”, a minden végen túlira, a végtelenre. De van ebben a képben valami feminín: egyik oldalt plasztikus, indulattal telített mutatás, másik oldalt végtelen távolság. Aktív, erőteljes mozdulattal tiltakozik ez a kép a centrum intenzitásának elhalványulása és végtelen távolba tűnése ellen, de a mozdulat befejezését a határtalanság, a tetszés szerinti meghosszabbíthatóság gondolata itt is feltartóztatja. A sík ettől a befejezetlen mozdulattól görbül. A logosznak fordulópont-jellege van, de e fordulat keresztülvitelénél a végtelen távolság problémájával találja magát szemben. Itt is, de itt a végtelen távoli olyan erős, hogy meg is gátolja a teljes fordulat végigvitelét. A jelben szinte látható indulati feszültségek feloldása a végtelenbe van kitolva. Vagy más oldalról ugyanez: a véges és a végtelen távolinak értelmezett végtelen közötti szakadékot ez a kép egyoldalúan indulati energiával akarja kitölteni.

3.) Az intenzifikáló törekvésnek és formaigénynek megfelelően lényegében csak egy párhuzamos egyenespár van, mert bármely két párhuzamos sáv egybevágó (egymásba mozgatható). Euklidésznél ez nem igaz, nála a sáv alakja a távolság függvénye. Mind Bolyaiéknál, mind Euklidésznél egybevágók viszont az egyenlő szögtartományok. Vagyis azt mondhatjuk, hogy a párhuzamos egyenespár Bolyaiéknál ebben a vonatkozásban *szögeként* viselkedik (lásd még az úgynevezett „asszimptotikus háromszöget” az [5. ábrán](#)).



5. ábra (a hiperbolikus geometriában érvényes): *e* és *f* jobbra, *f* és *g* fölfele, *g* és *e* balra párhuzamos egyenesek.

(A végtelen egyeneseket csak görbével tudnánk szemléltetni az automatikusan euklideszinek képzelt síkon.) A három egyenes ún. háromszorosán asszimptotikus háromszöget alkot. E háromszög szögösszege nulla, területe véges szám, és bármely más háromszög elhelyezhető benne.

A végtelen távoli tehát mintegy mozgásba jött Euklidészhez képest, nőtt a súlya, érezhető egy impulzus a közelebbhozására. Ennek megfelelően feszültséggel telik meg és differenciálódik, belülről mozgásba jön a linearitás is.

A feszültségeket már láttuk: ellenállás van az egyenesben a sík derékszögű tagozódásával szemben. Ami a differenciálódást illeti: az egyenes az euklideszi síkon egyszerre végtelen sugarú kör (Gauss,

¹⁷ A projektív geometriához úgy jutottunk (l. [8. lábjegyzet](#)), hogy az euklideszi síkon minden egyeneshez egy „ideális pontot” rendeltünk. A hiperbolikus geometriában ezt nem tehetjük meg, hiszen ott az *e* egyenessel egyik irányban párhuzamos egyenes a másik irányban nem párhuzamos vele. Ha tehát az összes párhuzamos egyeneshez egy közös „ideális pontot” rendelünk, akkor minden egyeneshez kettő fog tartozni. Ezeket hívja Hilbert „végeknek”, és bebizonyítja, hogy két „véget” mindig egy valódi egyenes köt össze. Másképp fogalmazva: két tetszőlegesen megadott irányhoz létezik olyan (valódi) egyenes, amely e két iránnyal párhuzamos. Vagy megint másképp: legyen *e* és *f* két tetszőleges félegyenes (például egy közös *O* pontból induló és tetszőlegesen kis szöget bezáró félegyenes), ezekhez mindig található egy olyan egyenes, amely mindkettővel párhuzamos ([2. ábra](#)). Bármely egyenes belefoglalható egy tetszőlegesen kis szögbe.

Lobacsevszkij), távolságvonal¹⁸ és két pont között a legrövidebb út. A hiperbolikus síkon e három funkció különbsége láthatóvá válik. Az egyenes megmarad a két pont közötti legrövidebb útnak, de a távolságvonal és a végtelen sugarú kör már egy újfajta linearitás-típus: mindenütt nulla görbületű és mégis (szigorúan konvex) görbe vonal.

A linearitás új, részben paradox és mindenképp drámaibb feszültséget hordozó formái csak Bolyaiék dinamikusabb szemlélete számára léteznek és jelentkeznek. Csak akkor látjuk és értjük őket, ha elsajátítjuk ezt a szemléletmódot, és magunkévá tesszük Bolyaiéknak azt a törekvését, amely a paradox linearitásformákat létrehozta, vagyis azt a törekvésüket, hogy *közelebb hozzák a végtelen távoli pont jelentését*.

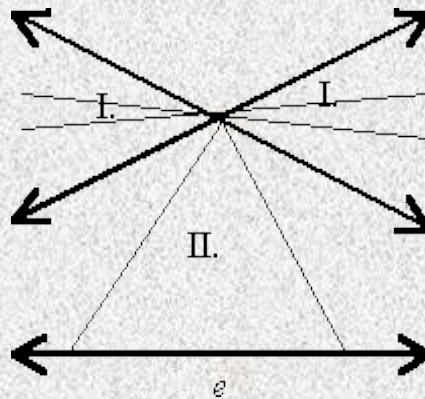
A zseniális matematikusok mindig is azért tudtak új irányt kijelölni a matematikának, mert hittek abban, hogy az igazságnak vannak belsőbb, még matematizálatlan körei, és ezeket a belsőbb köröket foglalták matematikai formába. E formák produktív megértése nemcsak formális megértést, hanem a formát létrehozó és éltető hit és világfelfogás értékelő elsajátítását jelenti (lásd Hilbert és Gödel Bolyai-asszimilálását).

20.

Összefoglalva: az ellentét-tudatos, közelebről a tragikum-tudatos szubjektivitás az az erő, amelyből Bolyaiék világgéppé fogalmazták mondanivalójukat, s amellyel a centrumfeladás euklideszi világot elemzik. E világ közösségalkotó erői részben háttérbe is szorulnak, a közösség törései láthatóvá válnak.

Ha Bolyaiék örvénytereit nagyságukhoz méltóan akarjuk értékelni, az ellentét-tudatos és a tragikum-tudatos szubjektivitás helyét kell feltérképeznünk a logoszban, illetve viszonyát a logoszhoz.

Azt mondtuk korábban, hogy a logosz minden kilépése a mítosz köréből a finitizmus értelmében véges mozgás: befejezése, nyugvópontja van. A logosz nyugvópontját, nyugalmát úgy nyeri el, hogy a mítosz nyugalmát előbb ellentétes előjelű, fülepi értelemben vett *nyugtalanságokra* bontja. Ezen a ponton születik az egyéniség és ellentét-tudatossága (Szókratész). Az ellentétes nyugtalanságokból a logosz centrumra irányulása teremt egyensúlyt, harmóniát, eleven formát és nyugalmat.



6. ábra (a hiperbolikus geometriában érvényes):

I: a nem-metsző egyenesek tartománya

II: a metsző egyenesek tartománya

18 Azoknak a pontoknak az összességét, amelyek egy (fél)síkon egy adott e egyenestől adott d távolságra vannak, *távolságvonalnak* nevezik. Az euklideszi síkon a távolságvonal mindig egyenes, amely párhuzamos az e egyenessel. A hiperbolikus síkon a párhuzamos egyenes távolsága a párhuzamosság irányában nullához tart, ezért nem lehet a távolságvonal. Más egyenes sem lehet. Hogy miért, ez a [4.b ábrán](#) látható. Az f egyenesnek van egy pontja, amely d távolságra van az e egyenestől, de az f egyenes e pont mindkét oldalán távolodik az e egyenestől. A távolságvonal (az e egyenestől d távolságra levő pontok összessége) tehát "hajlik" e felé az egyeneshez képest. Olyan e felé hajló görbe, amelynek görbülete állandó, mégis állandó távolságban marad e -től. Az is belátható, hogy mindenütt nulla a görbülete.

Euklidész párhuzamosa még magától értetődő egyértelműségével különböztethető meg a metsző egyenesektől. Bolyaiék párhuzamosát is egyértelműsége különbözteti meg a metsző és a többi nem-metsző (úgynevezett ultraparallel vagy kitérő) egyenestől, de ez az egyértelműség már láthatóvá vált és meg nem szűnő harc eredménye. Az ő párhuzamosuk már ellentétes tartományok (metsző, tehát találkozó, és nem-metsző, tehát állandóan távolodó egyenesek tartományának) éles elválasztó *határáként* rajzolódik ki (6. ábra). Itt már csak távolodás és közeledés van, állandó távolságú egyenesek nincsenek.

Erős logosza – Tábor Béla pneumatológiájának értelmében használva a kifejezést – és ezzel adekvát mondanivalója csak ellentét-tudatos egyéniségnek lehet. Aki a nyugalom világát nem bontotta ellenkező irányú szenvedélyekre, aki az ellentétek világával és benne Kierkegaard vagy-vagyával nem nézett szembe, abban nem elevenedhet meg, nem ölthet új alakot a logosz.

Thomas Mann, Hindemith, Honegger, Orff, Babits neoklasszicizmusának torz, hamis és üres a harmóniája. Kafka, Beckett, Schönberg, Vajda, Bartók, Michaux, Van Gogh kiélezett diszharmóniájának, örvényterének viszont határozott mondanivalója van a számunkra.

Bolyai örvényterének, diszkontinuitásának például azért, mert mögé néz a felejtés hazug kontinuitásának, a végtelenített linearitásnak, meglátja rejtett ellentéteit, töréseit, széttartó irányait, és a racionalitás „saját terepén” feszíti szembe velük a centrumra törekvő egyéniség határozott irányát.

21.

A logosz életünk minden pontján azt kérdezi bennünk: mi az, amivel az ellentétek világában azonosítani tudjuk magunkat? Mi az, ami erősíti és elmélyíti centrumra irányultságunkat, szélesíti hatókörét és nagyobb látókört nyújt?

Bolyai világosan érzékelt, hogy az euklideszi párhuzamossági axióma hipotetikus, és hogy ez a hipotézis nincsen beágyazva olyan összhipotézisbe, amely az ellenkező irányú hipotézisekkel együtt képes ezt a hipotézist megvilágítani. Ilyen, erősebb igazságtartalmú és világosabban, gazdagabban artikulált geometriai rendszert akart konstruálni (ennyiben többet akarhatott Lobacevszkijnél). Az euklideszi „tisztán” racionális geometriával (egyenessel) szemben egy olyan tágabb geometriát akart megkomponálni, amelyben a racionális számoknak megfeleltethető euklideszi rendszer (paraszféra, amit Bolyai S-felületnek nevez) mögött kirajzolódik az irracionális számoknak megfeleltethető nem-euklideszi rendszer (és kirajzolódnak a nulla görbületű görbék és felületek). Bolyai „abszolút terének” pozitívuma az, hogy gazdagabbak és hangsúlyosabbak benne az igazságra irányulás formái.

Ez az, amivel azonosítani tudjuk és akarjuk magunkat. Minden létformával annyira azonosítjuk magunkat, amennyire teljes energiájával megragadja létünk időfölötti kezdő- és végpontját s az ellentmondásokat, amelyeket az időfölötti centrum folytonos időbeli jelenléte okoz. S ahol erre az azonosításra alkalunk nyílik, ott szeretünk. Visszavonhatatlanul.

Akkor is, ha látjuk, hogy Bolyai (s a legnagyobb magyarok közül rajta kívül például Csontváry) nem tud szabadulni saját örvényterének kimondatlanul maradt vagy csak féloldalasan kimondott ellentmondásaitól (lásd például az összetartó párhuzamos egyenesekről mondottakat). Az eredményeiknek szóló tiszteletünket nem vonjuk vissza, de arra törekszünk, hogy ezeket az ellentmondásokat teljesen feltárjuk és kimondjuk, hogy megharcolhassunk velük.

Minden ellentmondást a logosz konkrét létezésének, az időfölötti centrum folytonos időbeli jelenlétének erre az ősellentmondására vezetünk vissza, innen értelmezzük és innen akarunk feloldani. S ha Bolyaiék örvényterét s annak ellentmondásait innen értelmezzük, akkor művükből világosan kirajzolódik előttünk

– harcuk az intenzív geometriai szemléletért, azért, hogy az „ideálisnak”, az „abszolútnak”, a végtelen távolinak itt és most súlya legyen, kiemelődjék deista ideologikus keret-funkciójából, és hatni tudjon az ellentétek manifeszt világában; és

– törekvésük, hogy a születés és halál közé zárt individuum számára is egész létére kiható súlya legyen a születésen és halálon túli, időfölötti centrumnak; de

– a mi feladatunk is: ezt a törekvést, ezt a harcot kell folytatnunk. Amit ők a centrumfelejtés nyelvében, a végtelenített egyenes paradigmájához kötött (extenzív) nyelvben fogalmaztak meg, azt mi a centrumra irányuló egyre mélyebb emlékezés és egy dinamizált pythagoreus szemlélet terében értelmezzük.

Kierkegaard, Dosztojevszkij és Ady nyomán nem felejtjük el, hogy a hasadás, a törés, a betegség mégoly patetikusan és magasztosan kifejezett ellentéteit is csak azért tudatosítjuk, mert a polgár kezéből a rossz végtelen úrjébe kihullott vagy a mítosz jelentés-vesztett burkaiba kérgesedett „ideálisat” mi a magunk számára ki akarjuk szabadítani: helyre akarjuk állítani létünk centrumát.